

InstaLogik

Scenariusz dla nauczyciela na zajęcia matematyki, informatyki lub kółko przedmiotowe Zadania konkursu InstaLogik

Część 1 Klocki - I etap InstaLogik 2020/2021

Zadania pierwszego etapu konkursu InstaLogik sformułowane są w formie prostych do zrozumienia historyjek. Ich celem jest skupienie myśli ucznia wokół schematów, które tworzą podstawy pod istotne pojęcia informatyczne.

Plan zajęć:

1. Omówienie treści zadania Dodawanie na kartce na przykładzie wybranych zapisków Małgosi.
2. Rozwiązanie wspólnie z uczniami przykładowych zadań i wyciąganie wniosków.
3. Zachęcenie do zmierzenia się z zadaniami dla ambitnych uczniów.

Treść zadania

Jaś i Małgosia mają dużą kolekcję klocków. Wspólnie wymyślili zabawę w zgadywanie. Polega ona na tym, że Jaś stawia przed sobą 4 pudełka w taki sposób, aby Małgosia nie widziała ich zawartości. Na początku wszystkie pudełka są puste.

Następnie Jaś wkłada lub wyjmuje z pudełek pewne liczby klocków. Może też przesypywać klocki pomiędzy pudełkami lub wysypać wszystkie klocki z pudełka. Małgosia widzi dokładnie, co robi Jaś i notuje każdy jego ruch na kartce w postaci ponumerowanej listy. Na koniec sprawdza swoje notatki, liczy i zgaduje, jaka liczba klocków znajduje się w poszczególnych pudełkach, a Jaś odpowiada, czy Małgosia podała prawidłową odpowiedź.

Dla uproszczenia zabawy, dzieci nadały pudełkom proste nazwy: A, B, C, D.

Cel zadania

Zadanie Klocki bardzo dobrze prezentuje podstawowe zagadnienia programistyczne przy jednoczesnym wykorzystaniu prostych operacji arytmetycznych. Poprawnie prezentuje ono sekwencyjne wykonywanie kolejnych instrukcji przez komputer podczas interpretacji kodu.

Zagadnienia zmuszają rozwiązującego do znalezienia optymalnego sposobu przedstawienia wykonywanych poleceń, w tym przypadku tabeli pokazującej efekt wykonywania kolejnych instrukcji zapisanych w programie.

Zadanie 1. Proste przesypywanie

Poniżej przedstawiono zapiski Małgosi po zakończeniu zabawy.

1. Jaś włożył 3 klocki do pudełka A
2. Jaś włożył 5 klocków do pudełka B
3. Jaś wyjął 2 klocki z pudełka A
4. Jaś przesypał klocki z pudełka A do pudełka B
5. Jaś włożył 2 klocki do pudełka A

Zapisz wartości liczby klocków w pudełkach po wykonaniu każdej instrukcji.

Tabela poniżej obrazuje liczbę klocków w każdym z pudełek po każdej instrukcji. Każdy wiersz o numerze **i** w pierwszej kolumnie pokazuje stan pudełek **po** wykonaniu **i**-tej instrukcji. Na przykład wiersz o numerze 3 informuje nas, ile jest klocków w pudełkach po wykonaniu instrukcji oznaczonej numerem 3 w treści zadania.

Numer instrukcji	Liczba klocków w pudełku			
	A	B	C	D
Wartości początkowe	0	0	0	0
1	$0+3=3$	0	0	0
2	3	$0+5=5$	0	0
3	$3-2=1$	5	0	0
4	$1-1=0$	$5+1=6$	0	0
5	$0+2=2$	6	0	0

Wnioski: Pudełka

Cztery pudełka A, B, C i D odzwierciedlają zmienne i ich wartości przechowywane w pamięci komputera. Zmiany wartości pudełek prezentują proces zmiany wartości zmiennych podczas wykonywania programu przez komputer.

Zadanie 2. $5 + 5 + 5 + 5$

Na początku zabawy Małgosia zauważyła, że pudełka nie były puste. W pudełku A znajdowało się 5 klocków, a pozostałe pudełka były puste. Poniżej przedstawiono zapiski Małgosi po zakończeniu zabawy.

1. Jaś włożył tyle klocków do pudełka D ile znajdowało się w pudełku A
2. Jaś dołożył do pudełka A tyle klocków ile jest w pudełku D
3. Jaś dołożył do pudełka A tyle klocków ile jest w pudełku D
4. Jaś dołożył do pudełka A tyle klocków ile jest w pudełku D

Numer instrukcji	Liczba klocków w pudełku			
	A	B	C	D
Wartości początkowe	5	0	0	0
1	5	0	0	$0+5=5$
2	$5+5=10$	0	0	5
3	$10+5=15$	0	0	5
4	$15+5=20$	0	0	5

Pytania:

1. Ile klocków będzie w pudełku A jeśli wykonamy instrukcję z linii 2 łącznie 7 razy?
Odp. $5 \times 7 = 35$
2. Ile klocków będzie w pudełku A jeśli wykonamy instrukcję z linii 2 łącznie 10 razy?
Odp. $5 \times 10 = 50$
3. Ile klocków będzie w pudełku A jeśli na początku było w nim 8 klocków, a instrukcje wykonywaliśmy zgodnie z powyższymi zapiskami Małgosi?
Odp. $8 + 5 \times 4 = 28$
4. Ile klocków będzie w pudełku A jeśli na początku było w nim 3 klocki, a instrukcję z linii 2 wykonywaliśmy łącznie 7 razy?
Odp. $3 + 5 \times 7 = 38$

Wnioski: Mnożenie przez dodawanie

Zwróćmy uwagę na zmieniającą się liczbę klocków znajdujących się w pudełku A. Umieszczenie takiej samej liczby klocków w pudełku D co w pudełku A, umożliwiło stopniowe zwiększanie liczby klocków w pudełku A o stałą wartość, równą początkowej liczbie klocków w tym pudełku ($A=5$). Przyglądając się bliżej kolejnym wartościom liczby klocków w pudełku A:

$$A = 5,$$

$$A = 5+5 = 2 \times 5 = 10,$$

$$A = 5+5+5 = 3 \times 5 = 15,$$

$$A = 5+5+5+5+5 = 4 \times 5 = 20.$$

dochodzimy do wniosku, że takie „dokładanie” jest równoważne mnożeniu liczby znajdującej się początkowo w pudełku A przez kolejne liczby naturalne.

Zadanie 3. $(C \times 2) \times 2$

Na początku zabawy Małgosia zauważyła, że pudełka były puste. Poniżej przedstawiono zapiski Małgosi po zakończeniu zabawy.

1. Jaś włożył 1 klocek do pudełka C
3. Jaś dołożył do pudełka C tyle klocków ile tam już było
5. Jaś dołożył do pudełka C tyle klocków ile tam już było

Pytanie: Ile klocków było w pudełku C po zakończeniu zabawy?

Liczbę klocków po wykonaniu każdej instrukcji znów najwygodniej zapisać w postaci tabelki, tak jak przedstawiono to poniżej:

Numer instrukcji	Liczba klocków w pudełku			
	A	B	C	D
Wartości początkowe	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	0	$1+1=2$	0
3	0	0	$2+2=4$	0

Wniosek:

Zauważmy, że w drugim kroku uzyskujemy dwa razy tyle ile mieliśmy w pierwszym kroku, a w kolejnym dwa razy tyle ile w poprzednim, czyli $2 \times 2 \times 1 = 4$.

Zadanie 4. $((C + C) + (C+C)) + ((C + C) + (C+C)) = 2 \times 2 \times 2 \times C$

Na początku zabawy Małgosia zauważyła, że pudełka były puste. Poniżej przedstawiono zapiski Małgosi po zakończeniu zabawy.

1. Jaś włożył 1 klocek do pudełka C
3. Jaś dołożył do pudełka C tyle klocków ile tam już było
5. Jaś dołożył do pudełka C tyle klocków ile tam już było
8. Jaś dołożył do pudełka C tyle klocków ile tam już było

Zapisz liczbę klocków, znajdujących się w każdym pudełku po zakończeniu zabawy.

Liczbę klocków po wykonaniu każdej instrukcji znów najwygodniej zapisać w postaci tabelki, tak jak przedstawiono to poniżej:

Numer instrukcji	Liczba klocków w pudełku			
	A	B	C	D
Wartości początkowe	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	0	1+1=2	0
3	0	0	2+2=4	0
4	0	0	4+4=8	0

Pytania:

1. Ile klocków będzie w pudełku C jeśli w pierwszej linii zapisków Małgosia zanotowała Jaś włożył 3 klocki do pudełka C ?
Odp. Dwa razy tyle co dwa razy tyle co dwa razy tyle co 3, czyli $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 8 \times 3 = 24$
2. Ile klocków będzie w pudełku C jeśli w pierwszej linii zapisków Małgosia zanotowała Jaś włożył 5 klocków do pudełka C ?
Odp. Dwa razy tyle co dwa razy tyle co dwa razy tyle co 5, czyli $2 \times 2 \times 2 \times 5 = 8 \times 5 = 40$
3. Jaka jest reguła uzyskiwania końcowej liczby klocków w pudełku A w zależności od liczby klocków włożonych do tego pudełka na początku zabawy?
Odp: 8 razy tyle
4. Ile klocków będzie w pudełku C jeśli wykonamy instrukcję z linii 2 łącznie 4 razy?
Odp. Dwa razy tyle co dwa razy tyle co dwa razy tyle co dwa razy tyle co 1, czyli $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 16$

5. Ile klocków będzie w pudełku A jeśli na początku był w nim 1 klocek, a instrukcję z linii 2 wykonywaliśmy łącznie 7 razy?

Odp: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 128$

Wnioski: Podwojenie w każdym kroku.

Zwróćmy uwagę na to jak zmienia się wartość klocków w pudełku A. Przyjrzyjmy się instrukcji "Jaś dołożył do pudełka C tyle klocków ile tam już było". Zauważmy, że za każdym razem prowadzi to do podwojenia liczby klocków w tym pudełku.

W naszym przykładzie na początku mamy 1 klocek

Po wykonaniu po raz pierwszy wyżej wymienionej instrukcji mamy dwa razy tyle:

$$2 \times 1 = 2$$

Po wykonaniu po raz drugi mamy dwa razy tyle co poprzednio: $2 \times 2 = 4$

Po wykonaniu po raz trzeci mamy dwa razy tyle co poprzednio: $2 \times (2 \times 2) = 8$

Jeśli wykonamy instrukcję po raz kolejny, to będziemy znów mieli dwa razy tyle co poprzednio. Jeżeli zastanawiało by nas ile klocków znajduje się w pudełku A po wykonaniu instrukcji włożenia tylu klocków ile już tam było **ileś razy**, to oznacza że tyle razy musimy podwoić początkową liczbę klocków

Założmy, że na początku do pudełka C Jaś włożył ileś klocków

Po pierwszym podwojeniu będzie ich – dwa razy tyle

Po drugim – dwa razy tyle co poprzednio, czyli 4 razy tyle

Po trzecim – dwa razy tyle co poprzednio, czyli 8 razy tyle

Po czwartym – dwa razy tyle co poprzednio, czyli 16 razy tyle

...

Zadanie 5. $4 \times A + A = 5 \times A$

Na początku zabawy Małgosia zauważyła, że pudełka były puste. Poniżej przedstawiono zapiski Małgosi po zakończeniu zabawy.

1. Jaś włożył do pudełka A jeden klocek.
2. Jaś włożył do pudełka B tyle klocków, ile było w pudełku A
3. Jaś włożył do pudełka A tyle klocków, ile już w nim było
5. Jaś włożył do pudełka A tyle klocków, ile już w nim było
6. Jaś włożył do pudełka A tyle klocków, ile było w pudełku B

Zapisz liczbę klocków, znajdujących się w każdym pudełku po zakończeniu zabawy.

Liczbę klocków po wykonaniu każdej instrukcji znów najwygodniej zapisać w postaci tabelki, tak jak przedstawiono to poniżej:

Numer instrukcji	Liczba klocków w pudełku			
	A	B	C	D
Wartości początkowe	0	0	0	0
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	2	1	0	0
4	4	1	0	0
5	5	1	0	0

Pytania:

- Ile będzie klocków w pudełku A na koniec zabawy jeśli na jej początku Jaś włożył do niego 3 klocki?
Odp: 15
- Ile będzie klocków w pudełku A na koniec zabawy jeśli na jej początku Jaś włożył do niego 4 klocki?
Odp: 20
- Ile będzie klocków w pudełku A na koniec zabawy jeśli na jej początku Jaś włożył do niego 7 klocków?
Odp: 35
- Jaka jest reguła uzyskiwania końcowej liczby klocków w pudełku A w zależności od liczby klocków włożonych do tego pudełka na początku zabawy?
Odp: 5 razy tyle

Zadanie 6. $3 \times A + 5 \times B$

Na początku zabawy Małgosia zauważyła, że pudełka nie były puste. W pudełku A znajdował się 1 klocek, w pudełku B - 2 klocki, natomiast pudełka C i D były puste. Poniżej przedstawiono zapiski Małgosi po zakończeniu zabawy.

1. Jaś włożył do pudełka C tyle klocków, ile było w pudełku A
2. Jaś włożył do pudełka D tyle klocków, ile było w pudełku B
3. Jaś dołożył do pudełka A tyle klocków, ile już w nim było
4. Jaś dołożył do pudełka A tyle klocków, ile było w pudełku C
5. Jaś dołożył do pudełka B tyle klocków, ile już w nim było
6. Jaś dołożył do pudełka B tyle klocków, ile już w nim było
7. Jaś dołożył do pudełka B tyle klocków, ile było w pudełku D
8. Jaś przełożył wszystkie klocki z pudełka A do pudełka B

Zapisz liczbę klocków, znajdujących się w każdym pudełku po zakończeniu zabawy.

Liczbę klocków po wykonaniu każdej instrukcji ponownie najwygodniej zapisać w postaci tabelki, tak jak przedstawiono to poniżej:

Numer instrukcji	Liczba klocków w pudełku			
	A	B	C	D
Wartości początkowe	7	2	0	0
1	7	2	7	0
2	7	2	7	2
3	$7+7=14$	2	7	2
4	$14+7=21$	2	7	2
5	21	$2+2=4$	7	2
6	21	$4+4=8$	7	2
7	21	$8+2=10$	7	2
8	$21-21=0$	$10+21=31$	7	2

Pytania:

1. Ilo-krotność początkowej liczby klocków w pudełku A uzyskał Jaś po wykonaniu 4 kroku z zapisków Małgosi?
Odp.: 2-krotność + 1-krotność, czyli 3-krotność $(7+7)+7=3 \times 7$
2. Ilo-krotność początkowej liczby klocków w pudełku B uzyskał Jaś po wykonaniu 7 kroku z zapisków Małgosi?
Odp.:
W 5-tym kroku 2-krotność $2+2$
w 6 kroku 4-krotność $(2+2)+(2+2)=4 \times 2$
w 7 kroku zwiększył wynik jeszcze o 1-krotność, czyli 4-krotność +1-krotność, to jest 5-krotność $(2+2)+(2+2)+2=5 \times 2$
3. Jaka jest reguła uzyskiwania końcowej liczby klocków w pudełku B w zależności od liczby klocków włożonych do tego pudełka na początku zabawy?
Odp: 3 razy tyle co w pudełku A i 5 razy tyle co w pudełku B, inaczej $3 \times A + 5 \times B$

Wnioski: Mnożenie przez dodawanie

Zadania 4, 5 i 6 łączą obie metody mnożenia przez dodawanie, poznane w zadaniach 2 i 3.

- Aby otrzymać trzy-krotność liczby klocków znajdujących się w pudełku A, należy zacząć od umieszczenia początkowej wartości w innym pudełku (w pudełku C), następnie zwiększyć liczbę klocków w pudełku A o wartość w nim umieszczoną aby otrzymać dwukrotność i na koniec dodać do pudełka A początkową wartość umieszczoną w pudełku A, która przechowywana jest w pudełku C
- Aby otrzymać pięć-krotność liczby klocków w pudełku B postępujemy podobnie. Umieszczamy tyle klocków w pudełku D ile było początkowo w pudełku B. Następnie zwiększamy liczbę klocków z pudełka B o tyle ile się w nim znajduje i powtarzamy tę czynność jeszcze raz. W ten sposób otrzymujemy 4-krotność początkowej wartości klocków w B. Dorzucamy do B jeszcze klocki z D i uzyskujemy 5 razy tyle ile było początkowo.
- Łącząc te metody możemy też otrzymać dowolne kombinacje wielokrotności i sum początkowych wartości pudełek, w tym przypadku uzyskamy $3 \times A + 5 \times B$